



Matematika tantárgyverseny
Megyei szakasz, 2014. március 8.

V. OSZTÁLY

1. feladat. Határozd meg azokat az \overline{abc} alakú számokat, amelyekre

$$b \cdot \overline{ac} = c \cdot \overline{ab} + 10.$$

Gazeta Matematică

2. feladat. Legyen M az $5n + 4$ alakú palindromszámok halmaza, ahol $n \in \mathbb{N}$. (Egy természetes szám *palindrom*, ha egyenlő a megfordítottjával. Például 7, 191, 23532, 3770773 palindromszámok.)

- a) Ha az M halmaz elemeit növekvő sorrendbe írjuk, hányas áll az 50-ik helyen?
- b) Határozd meg az M legkisebb illetve legnagyobb olyan elemét, amelynek számjegyei nullától különböznek és a számjegyeik összege 2014.

3. feladat. Adott az $A = \{1, 3, 3^2, 3^3, \dots, 3^{2014}\}$ halmaz. Az A halmaz egy *partíciója* egy olyan nem üres részhalmazokra való felbontása, amelyeknek páronként nincs közös elemük és egyesítésük az A halmaz.

- a) Igazold, hogy nincs az A halmaznak olyan partíciója, amelyben minden részhalmazban az elemek szorzata négyzetszám!
- b) Igazold, hogy van olyan partíciója az A halmaznak, amelyben minden részhalmazban az elemek összege négyzetszám!

4. feladat. Egy 10 jegyű természetes számot nevezzünk *kacifántosnak*, ha számjegyei az $\{1, 2, 3\}$ halmazból vannak és bármely két egymást követő számjegyének különbsége 1.

- a) Igazold, hogy minden kacifántos szám pontosan 5 darab 2-es számjegyet tartalmaz!
- b) Hány kacifántos szám van?
- c) Igazold, hogy az összes kacifántos szám összege osztható 1408-cal!

*Munkaidő 2 óra + 30 perc kérdésekre.
Minden feladatra 7 pont szerezhető.*